

I-236

B.Sc. (Part-III) Supplementary/Special Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - I

(Analysis)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक प्रश्न के किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / Unit-I

Q. 1. (a) फलन $f(x) = x^2$, $-\pi < x < \pi$ की फूरियर श्रेणी ज्ञात कीजिए।

Find the Fourier series of the function $f(x) = x^2$, $-\pi < x < \pi$.

I-236

P.T.O.

(2)

(b) दो चरों के लिये श्वार्ज प्रमेय को लिखिये एवं सिद्ध कीजिए।

State & prove Schwartz's theorem.

(c) मर्टेन्स प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Merten's theorem.

इकाई-II / Unit-II

Q. 2. (a) समाकलन गणित का मूलभूत प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove fundamental theorem of Integral calculus.

(b) दर्शाइये कि $\int_a^\infty \frac{\sin x}{x^{n+1}} dx$ निरपेक्षतः अभिसारी है जब n तथा a धनात्मक है।

Show that $\int_a^\infty \frac{\sin x}{x^{n+1}} dx$ converges absolutely when n and a are positive.

(c) माना $f(x) = x^2$, $x \in [0, a]$, $a > 0$ दर्शाइये कि $f \in R$ $[0, a]$ तथा $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$.

I-236

(3)

If $f(x) = x^2$, $x \in [0, a]$, $a > 0$ show that $f \in R$

$$[0, a] \text{ \& } \int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$$

इकाई-III / Unit-III

- Q. 3. (a) यदि $u - v = (x - y)(x^2 + 4xy + y^2)$ तथा $f(z) = u + iv$, $z = x + iy$ का एक विश्लेषिक फलन है, तो $f(z)$ को z के पदों में ज्ञात कीजिए।

If $u - v = (x - y)(x^2 + 4xy + y^2)$ & $f(z) = u + iv$, $z = x + iy$ is an analytic function of $z = x + iy$, then find the value of $f(z)$ in terms of z .

- (b) दर्शाइये कि द्विरेखीय रूपान्तरण के अंतर्गत वज्रानुपात निश्चर होते हैं।

Prove that cross section are invariant under a bilinear transformation.

- (c) $W = f(z)$ के विश्लेषिक होने के लिये आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबंध को व्युत्पन्न कीजिए।

To derive the necessary & sufficient condition for $f(z)$ to be analytic.

इकाई-IV / Unit-IV

- Q. 4. (a) सिद्ध कीजिये कि किसी दूरीक समष्टि में प्रत्येक विवृत्त गोलक एक विवृत्त समुच्चय होता है।

(4)

Prove that in a metric space every open sphere is an open set.

- (b) R में आर्कमिडीज गुणधर्म का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State & prove Archimedean property in R .

- (c) बनाख नियत बिन्दु प्रमेय का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिए।

State & prove Banach fixed point theorem.

इकाई-V / Unit-V

- Q. 5. (a) सिद्ध कीजिए कि किसी संहत दूरीक समष्टि का एक संवृत्त उपसमुच्चय संहत होता है।

Prove that a closed subset of a compact metric space is compact.

- (b) सिद्ध कीजिए कि एक संबद्ध समुच्चय का संतत प्रतिबिम्ब संबद्ध होता है।

Prove that continuous image of a connected space is connected.

- (c) सिद्ध कीजिए कि किसी दूरीक समष्टि का एक संहत उपसमुच्चय संवृत्त तथा परिबद्ध होता है।

Show that a compact subset of a metric space is closed and bounded.